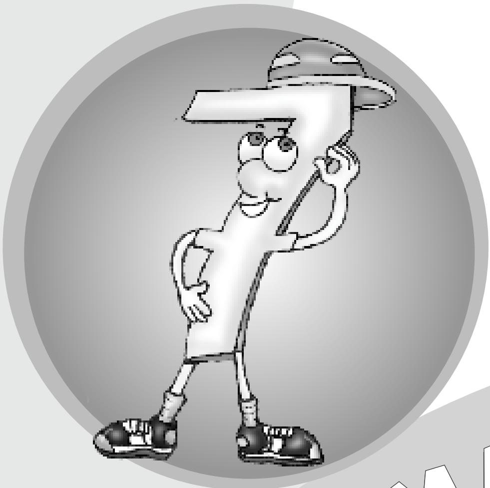
CARLOS JESÉ

CLAVES de la MATEMÁTICA

7/1

ediciones
eNePé
NUEVAS PROPUESTAS



CLAVES de la MATEMÁTICA

OPERA
con verdaderos valores para la vida.

SUMA
información, actividades y propuestas.

SIMPLIFICA
para expresar de manera fácil lo difícil o complicado.

POTENCIA
el desarrollo de las capacidades.

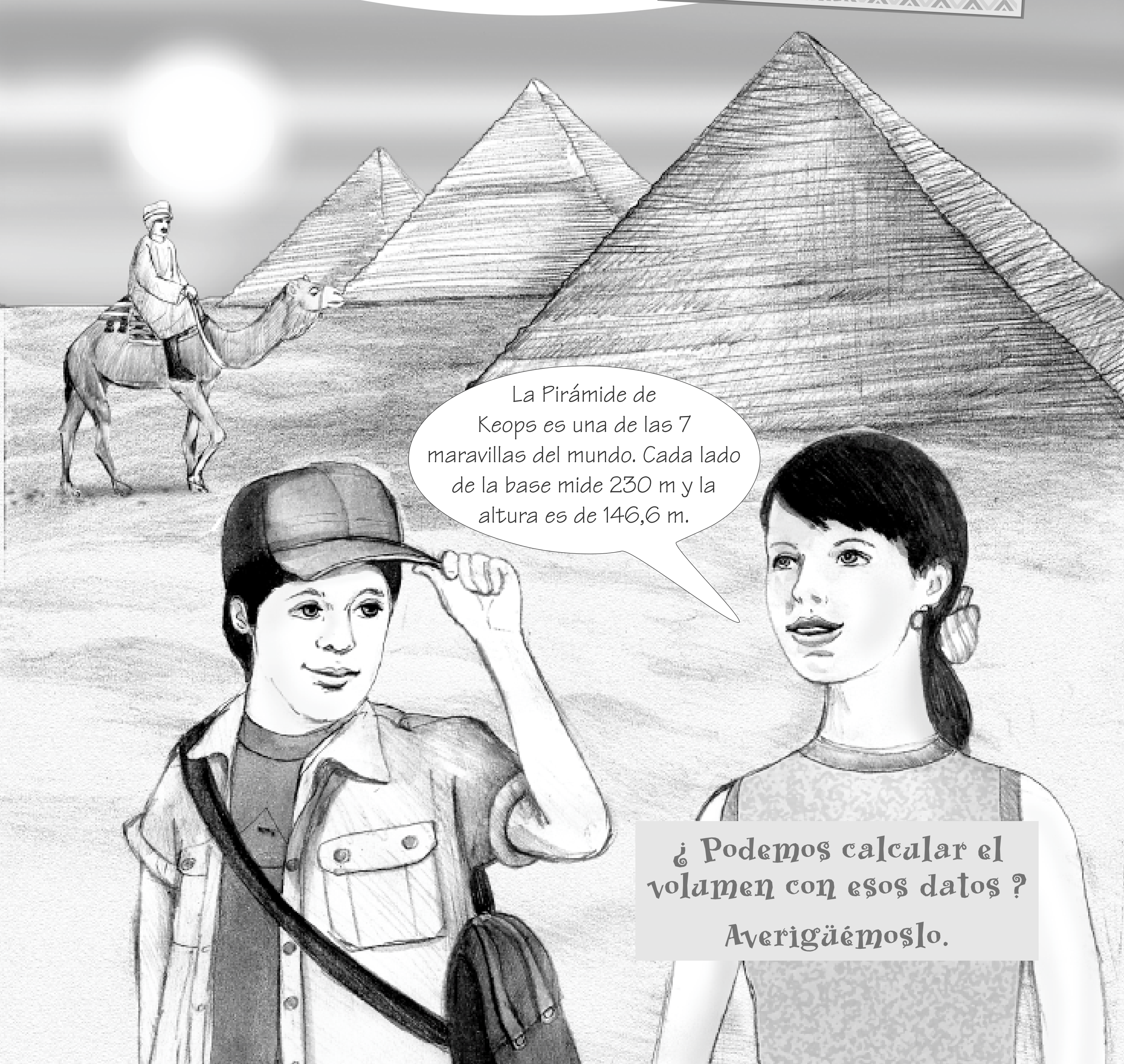
CONSTRUYE
el conocimiento con sólidas bases.

ÍNDICE TEMÁTICO

10 MISIÓN CUERPOS GEOMÉTRICOS

La Propuesta

Observar las grandes obras con ADMIRACIÓN y RESPETO.

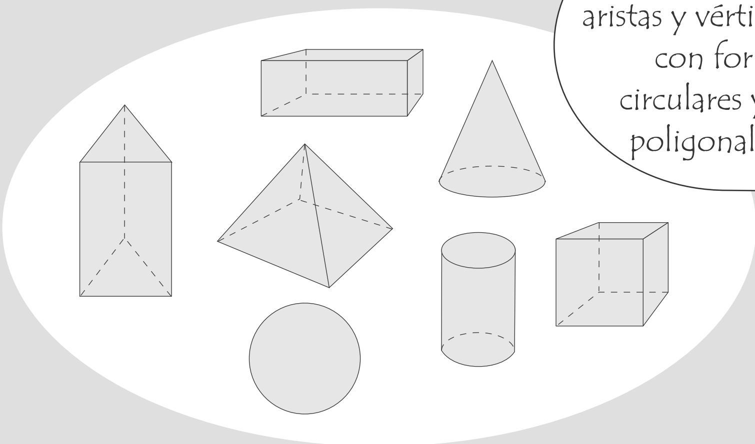


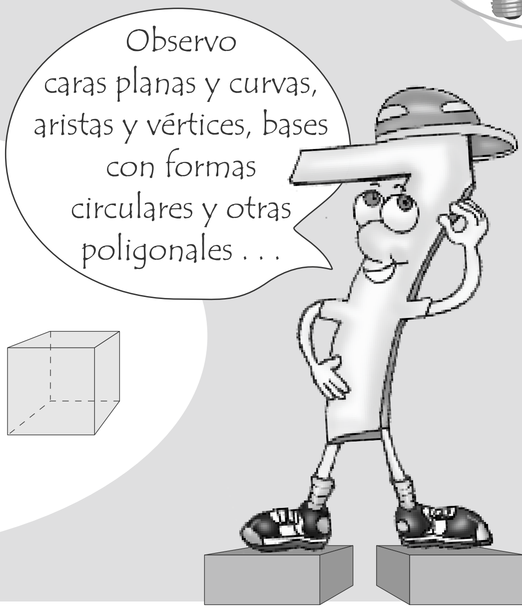
¿ Podemos calcular el volumen con esos datos ?

Averigüémoslo.

CUERPOS GEOMÉTRICOS

Veamos un conjunto de estos cuerpos.





Empecemos a clasificarlos teniendo en cuenta sus propiedades.

CUERPOS GEOMÉTRICOS

- **POLIEDROS**: Tienen sus caras planas con forma poligonal.
  - Regulares
  - Irregulares
- **REDONDOS**: Tienen una sola cara lateral curva y a diferencia de los poliedros, pueden rodar en alguna posición.

POLIEDROS REGULARES

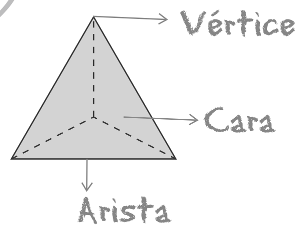
- Las caras son polígonos regulares congruentes.
- En cada vértice concurre el mismo número de caras.

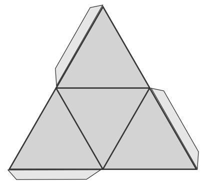
Hay 5 poliedros regulares :

Tetraedro , **Cubo** o **Hexaedro** , **Octaedro** , **Dodecaedro** e **Icosaedro**

Analicemos cada uno.

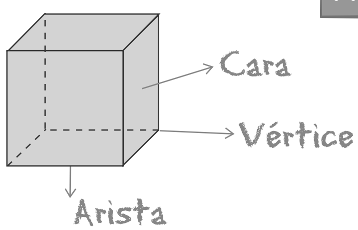
Tetraedro

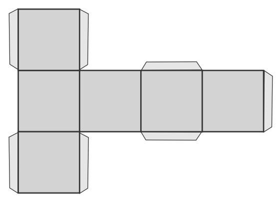




Las cuatro caras son **triángulos equiláteros**.

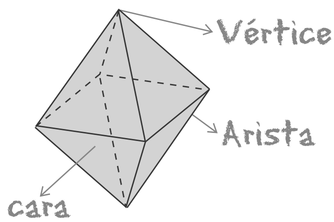
Hexaedro o cubo

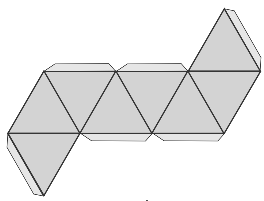




Las seis caras son **cuadrados**.

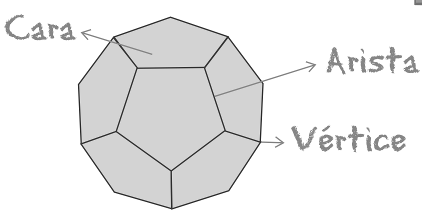
Octaedro

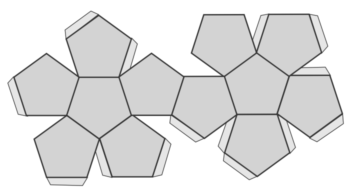




Las ocho caras son **triángulos equiláteros**.

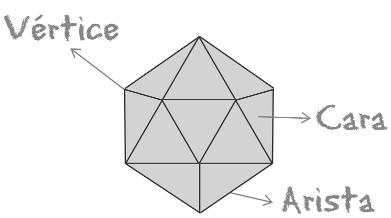
Dodecaedro

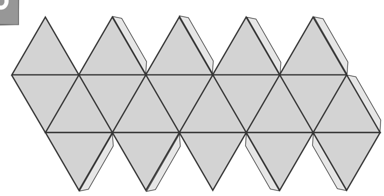




Las doce caras son **pentágonos regulares**.

Icosaedro





Las veinte caras son **triángulos equiláteros**.

ÁREA DE POLIEDROS REGULARES

En todo **poliedro regular** el área es igual al producto de **la superficie de una cara** por el **número de caras**. Observá los diferentes poliedros y completá las fórmulas.

TETRAEDRO

Cantidad de caras	.	Área de 1 cara
4	.	$\frac{b \cdot h}{2}$

Simplificamos $\cancel{4}^{2} \cdot \frac{b \cdot h}{\cancel{2}_{1}}$

Fórmula: $2 \cdot b \cdot h$

CUBO

Cantidad de caras	.	Área de 1 cara

Fórmula:

OCTAEDRO

Cantidad de caras	.	Área de 1 cara

Fórmula:

DODECAEDRO

Cantidad de caras	.	Área de 1 cara

Fórmula:

ICOSAEDRO

Cantidad de caras	.	Área de 1 cara

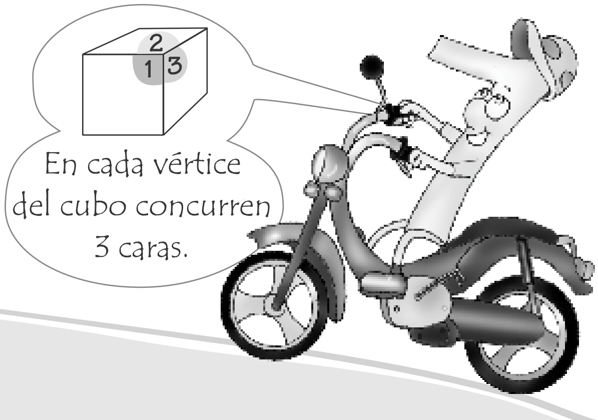
Fórmula:

1 Completá el cuadro con el número de aristas y el número de vértices de cada poliedro regular sabiendo que responden a estas fórmulas.

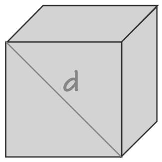
$$\text{Aristas} = \frac{\text{N° de caras . N° de lados de cada cara}}{2}$$

$$\text{Vértices} = \frac{\text{N° de caras . N° de lados de cada cara}}{\text{N° de caras que concurren en cada vértice}}$$

Poliedros regulares	Aristas	Vértices
Tetraedro		
Hexaedro		
Octaedro		
Dodecaedro		
Icosaedro		

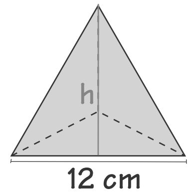


2 Hallá el área de estos poliedros regulares.



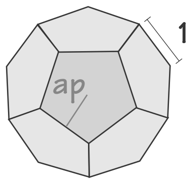
d = 1,8 dm

Área del cubo =



h = 10,8 cm

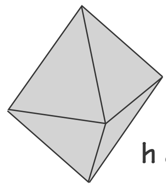
Área del tetraedro =



12 cm

ap = 8,28 cm

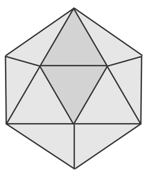
Área del dodecaedro =



Perímetro de una cara = 15,6 cm

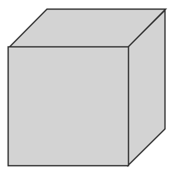
h de la cara = 4,4 cm

Área del octaedro =



Área del rombo = 189 cm^2

Área del icosaedro =



Área del cubo = 96 cm^2

Arista del cubo =

3 Resolvé.

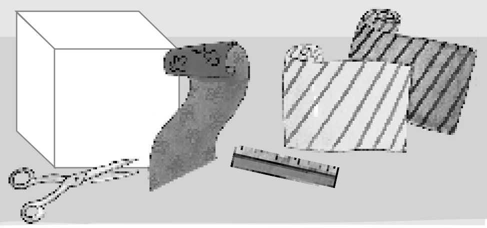
a Un cubo de 25 cm de arista se forró de la siguiente manera :

- ✓ **3 caras de color azul**
- ✓ **2 caras de color rojo**
- ✓ **1 cara de color amarillo**

¿ Cuántos cm^2 de papel de cada color ?

azul	**rojo**	**amarillo**

¿ Cuántos cm^2 en total ?



b ¿ Cuál es el área de un tetraedro en el que la suma de todas sus aristas es **48 cm** y la altura de cada cara **7,2 cm** ?

POLIEDROS IRREGULARES

A diferencia de los regulares, no tienen todas sus caras congruentes.
Así se clasifican.

- POLIEDROS IRREGULARES
  - PRISMAS
    - Rectos
      - Regulares
      - Irregulares
    - Oblicuos
  - PIRÁMIDES
    - Rectas
      - Regulares
      - Irregulares
    - Oblicuas

PRISMAS

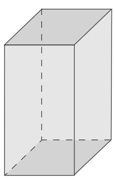
- Las dos bases son polígonos congruentes.
- Las caras laterales son cuadriláteros.

Prismas rectos

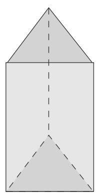
- Las caras laterales son perpendiculares a las bases.

Regulares

Las bases son polígonos regulares.



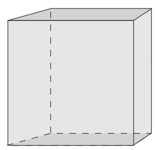
cuadrados



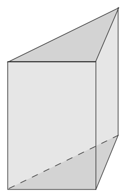
triángulos equiláteros

Irregulares

Las bases son polígonos irregulares.



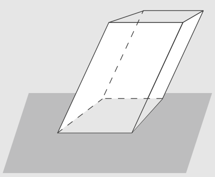
rectángulos

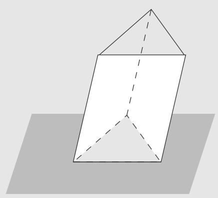


triángulos no equiláteros

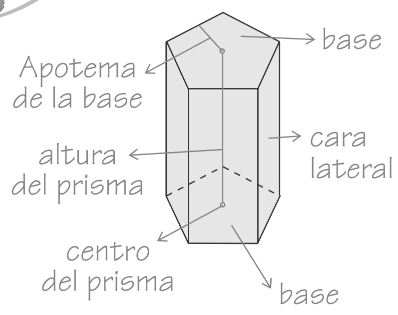
Prismas oblicuos

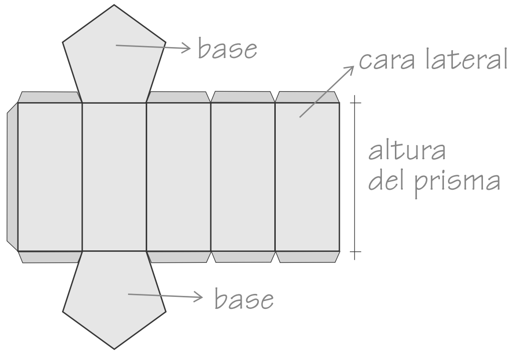
- Las caras laterales no son perpendiculares a las bases.





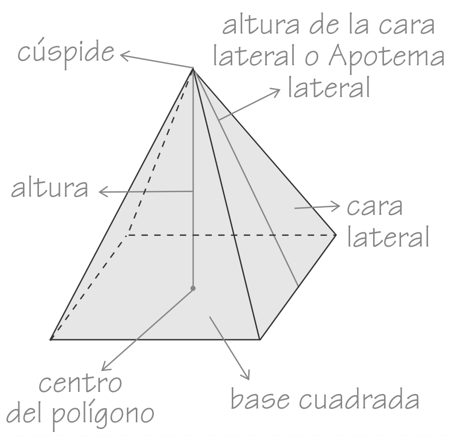
Elementos y desarrollo de un PRISMA REGULAR.

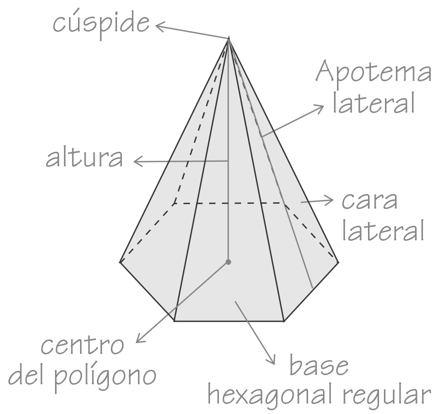




PIRÁMIDES

Pirámides rectas regulares





Propiedades

a - La **base** es siempre un polígono regular que le da el nombre a la pirámide.

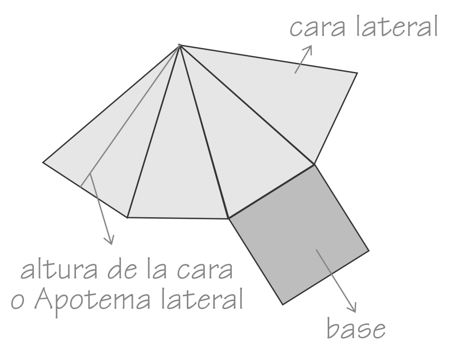
Ejemplo : base triángulo equilátero = pirámide triangular
base hexágono regular = pirámide hexagonal . . .

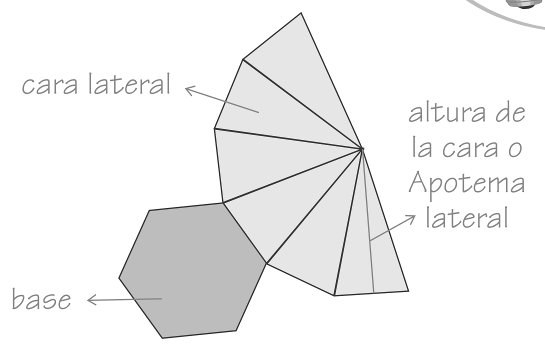
b - Las **caras laterales** son triángulos isósceles congruentes.

c - La **altura de la pirámide** une la cúspide con el centro del polígono de la base.

d - La **altura de una cara** es la apotema de la pirámide o apotema lateral.

Elementos y desarrollo de PIRÁMIDES RECTAS REGULARES.





ÁREA DE POLIEDROS IRREGULARES

En los prismas y pirámides se puede calcular :

Área lateral (AL)

Es el **área de las caras laterales**.

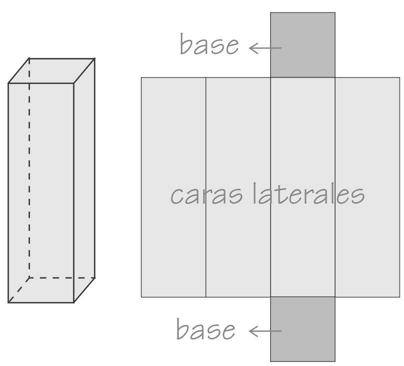
Área total (AT)

Es el **área lateral** + el **área de la base o las bases** según sea una pirámide o un prisma.

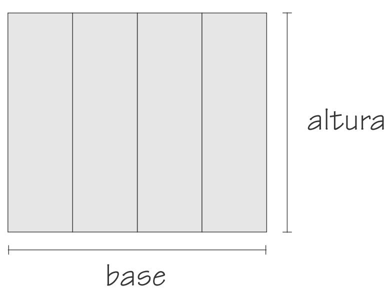
Es muy simple, hay que identificar los polígonos que forman las caras laterales y las bases y aplicar las fórmulas para hallar cada área.

Área lateral y total del prisma

1 Veamos el desarrollo de un prisma.



2 Las cuatro caras laterales forman un rectángulo.



3 AL del prisma = Área del rectángulo

AL del prisma = b . h

Siendo :

b = perímetro de la base del prisma
h = altura del prisma.

4 Entonces :

AL del prisma = perímetro de la base . h

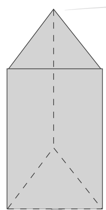
AL del prisma = Pb . h

5 **AT del prisma = AL + Área de las dos bases**

4 Experimentando con envases.

Elegí cuatro envases de diferentes productos con forma de prisma.
Medí con precisión y hallá el **área lateral** y **total** de cada uno.

5 ¡ A calcular !



La base de un prisma irregular es un triángulo isósceles en el que sus lados iguales miden **4,2 m** , el restante **6,5 m** y la altura **3,4 m** .
¿ Cuál será el área lateral y total si la altura del prisma es de 12 m ?

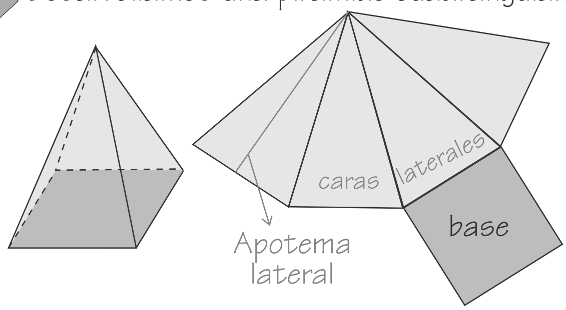
Lateral ______ **Total** ______

6 Resolvé.

Un vidriero fabrica por día **15** peceras como ésta.
¿ Cuántos m^2 de vidrio necesitará cada jornada ? ______

Área lateral y total de la pirámide

1 Desarrollamos una pirámide cuadrangular.



2 Observá que el área lateral de la pirámide equivale al área de **4 triángulos congruentes.**

AL de la pirámide = $4 \cdot \frac{b \cdot h}{2}$

3 La base de cada triángulo es congruente con un lado de la base de la pirámide.

$4 \cdot b$ = Perímetro de la base (Pb)

Reemplazamos :

AL de la pirámide = $\frac{Pb \cdot h}{2}$

4 Y la altura de cada triángulo es igual a la apotema lateral de la pirámide.

h = Apotema lateral (Ap lat)

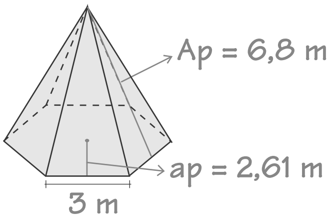
Entonces :

AL de la pirámide = $\frac{Pb \cdot Ap\ lat}{2}$

5 **AT de la pirámide = AL + A de la base**

7 Hallá el **área lateral** y **total** de estos poliedros.

Pirámide hexagonal

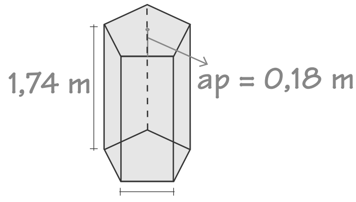


Área lateral =

Área de la base =

Área total =

Prisma pentagonal

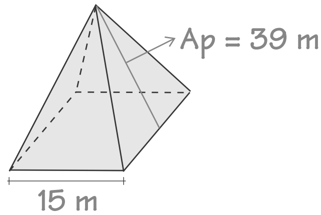


Área lateral =

Área de la base =

Área total =

Pirámide cuadrangular

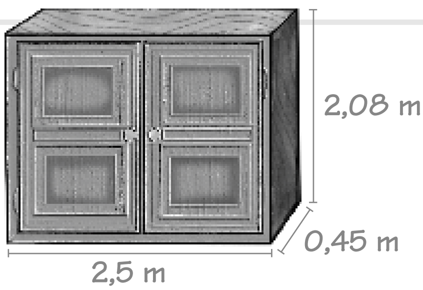


Área lateral =

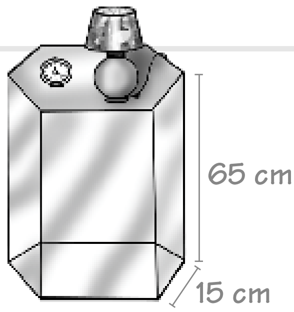
Área de la base =

Área total =

8 Calculá el área lateral de estos muebles.



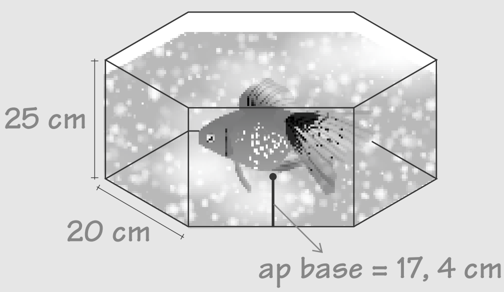
Área lateral =



Área lateral =

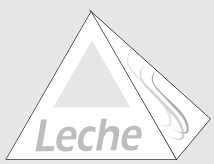
9 Entre vidrios y cartones.

a



¿ Cuántos m^2 de vidrio hay que comprar para construir un pecera hexagonal como ésta ?

b ¿ Cuántos m^2 de cartón serán necesarios para elaborar 5 000 envases ?



Lado del triángulo equilátero de la base = 8 cm
Ap de la pirámide = 11 cm
h de la base = 7 cm

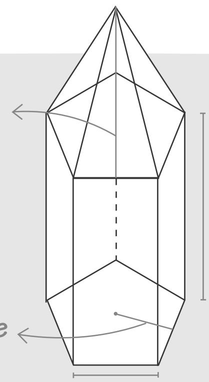
10 Resolvé.

a La base cuadrada de una pirámide tiene **120 cm** de perímetro. Si la apotema lateral equivale al doble del valor de un lado de la base,

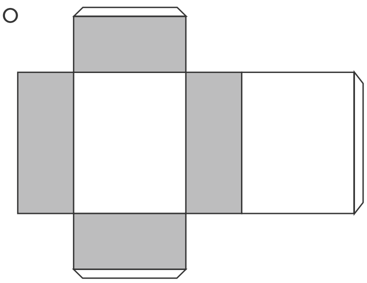
¿ cuál será el área total ?

b El área lateral de un prisma de base cuadrada es **336 cm^2**. Un lado de la base mide **6 cm**. Calculá la altura.

c Sobre un prisma de base pentagonal se construyó una pirámide con las medidas que indica el dibujo. Hallá el área total de la figura.



11 Identificá a qué cuerpo corresponde este desarrollo. Luego medí y hallá cada área.



Cuerpo :

AL =

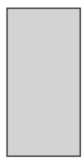
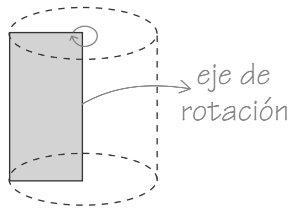
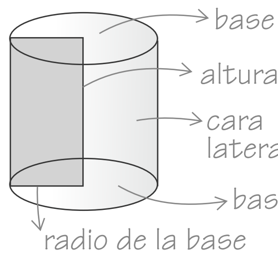
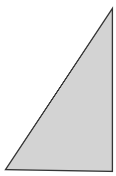
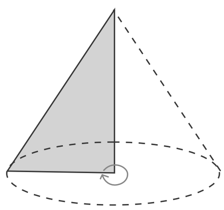
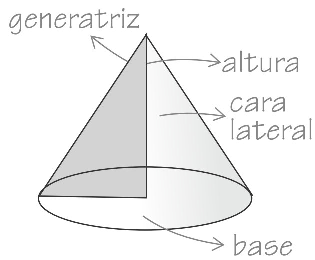
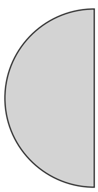
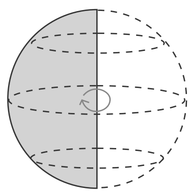
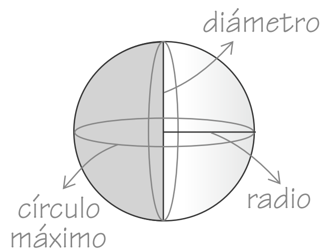
AT =

12 Completá el cuadro.

Poliedro irregular	Medidas de la base	altura (prisma) o Ap lat (pirámide)	Área lateral	Área de la base	Área total
Pirámide	lado = 8 cm Ap = 9,7 cm	Ap lat = 32 cm			
Prisma	6 cm 14 cm	altura = 40 cm			
Prisma	4,6 dm	altura = 20 cm			

CUERPOS REDONDOS

Estos cuerpos se llaman también **"de rotación"** porque se generan haciendo girar **360°** una figura plana alrededor de un eje de rotación. El **cilindro**, el **cono** y la **esfera** son algunos de los cuerpos de rotación. Conozcamos su origen.

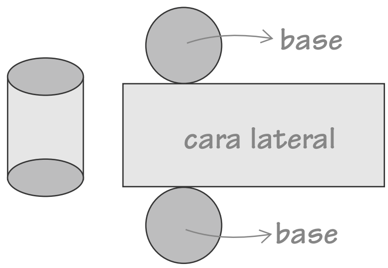
Figura plana	Cuerpo que se genera por rotación de esa figura plana	Elementos
 **Rectángulo**	 **Cilindro**	
 **Triángulo rectángulo**	 **Cono**	
 **Semicírculo**	 **Esfera**	

En síntesis

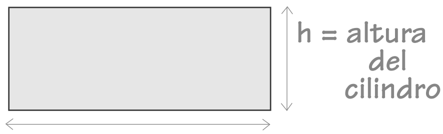
- El **cilindro** se genera por la rotación de un **rectángulo** que tiene como eje uno de sus lados.
- El **cono** se genera por la rotación de un **triángulo rectángulo** que tiene como eje uno de sus catetos.
- La **esfera** se genera por la rotación de un **semicírculo** que tiene como eje su diámetro.

Área lateral y total del cilindro

1 Desarrollamos un cilindro.



2 El **área lateral** equivale al área de un rectángulo cuyo largo es la longitud de la circunferencia de la base y el ancho es la altura del cilindro.



3 Entonces :

A L del cilindro = A del rectángulo

A L del cilindro = b . h

Siendo :

b = longitud de la circunferencia

h = altura del cilindro

4 Reemplazamos.

A L del cilindro = b . h

A L del cilindro = Long circunf . h

A L del cilindro = π . d . h

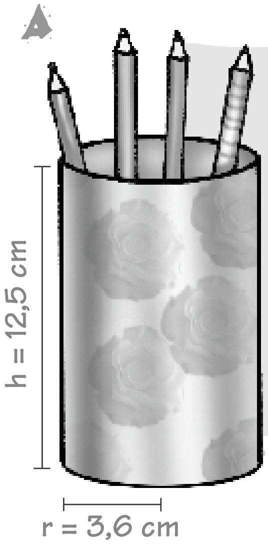
5 Área total del cilindro = Área lateral + Área de las 2 bases

A T del cilindro = A L + 2 . A de la base

A T del cilindro = π . d . h + 2 . π . r^2

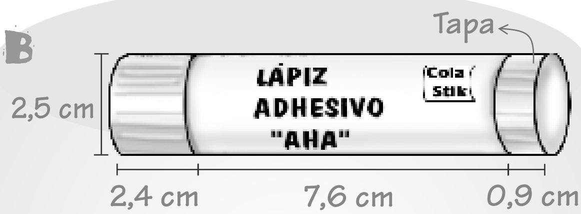
13 Áreas para calcular.

A



¿ Cuántos cm^2 de papel se necesitan para cubrir completamente la cara lateral del lapicero cilíndrico ?

B

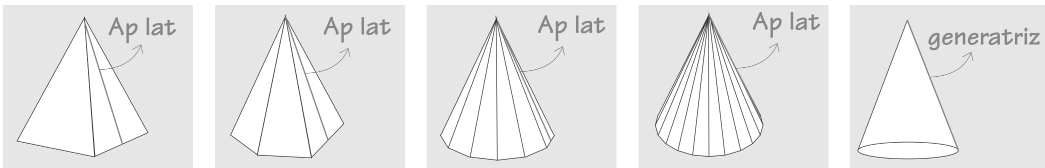


¿ Cuál es el área total de la tapa ?

¿ Cuántos m^2 de papel necesita el fabricante para cubrir el espacio que lleva la marca en 5 000 adhesivos ?

Área lateral y total del cono

Podemos considerar al **cono** como una pirámide de infinitas caras.



Observá que el **perímetro de la base** de la pirámide se convierte en la **longitud de la circunferencia** en el cono y el **apotema lateral** en la **generatriz (g)**.
Entonces :

Si . . .

$$\text{AL de la pirámide} = \frac{\text{Pb} \,.\, \text{Ap lat}}{2}$$

Entonces . . .

$$\text{AL del cono} = \frac{\text{Long circunf} \,.\, \text{generatriz (g)}}{2}$$

Desarrollo de la fórmula

$$\text{AL del cono} = \frac{\text{Long circunf} \,.\, g}{2}$$

$$\text{AL del cono} = \frac{2 \,.\, \pi \,.\, r \,.\, g}{2}$$

$$\text{AL del cono} = \frac{\cancel{2} \,.\, \pi \,.\, r \,.\, g}{\cancel{2}}$$

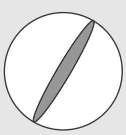
AL del cono = π . r . g

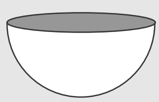
AT del cono = AL + área de la base

Área total de la esfera

No se puede desarrollar una esfera como hicimos con los otros cuerpos redondos y poliedros. Para tener una idea del **área total** que ocupa deberíamos realizar la siguiente actividad.

1 Trazar un círculo máximo en una esfera.

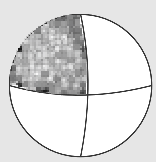




Área de un círculo máximo es

$\pi \,.\, r^2$

2 Después cortar en pedacitos ese círculo máximo y pegarlo sobre una esfera del mismo diámetro.
Veríamos que cubre 1/4 de la misma.

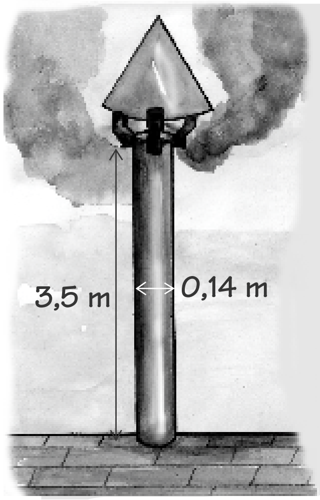


Entonces : **AT de la esfera = 4 círculos máximos**

AT de la esfera = 4 . π . r^2

14 Hallá el área lateral de . . .

a) . . . la chimenea y el sombrero cónico.

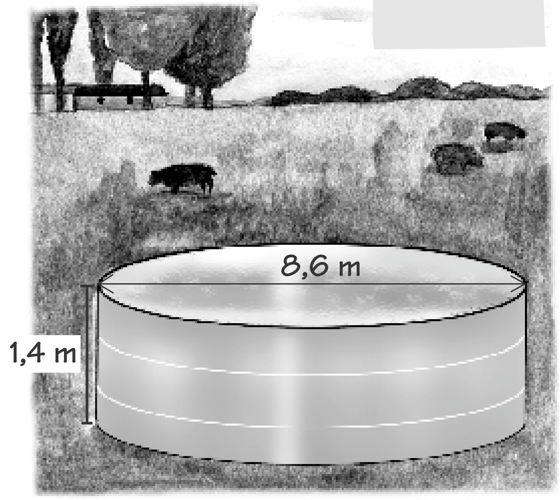


Cono
r = 21 cm
g = 38 cm

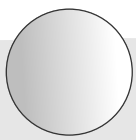
Chimenea

Sombrero cónico

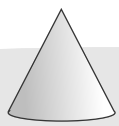
b) . . . este tanque australiano.



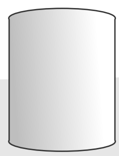
15 Coloreá el cuerpo que tiene mayor área total.



14 cm de diámetro.



16 cm de radio
22 cm de generatriz.



12 cm de radio
30 cm de altura.

16 Respondé.

¿ Cuál es el valor del radio de una esfera que tiene 1 256 cm^2 de área total ?

17 Resolvé.

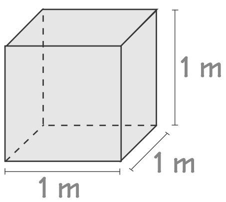
En una establecimiento dedicado a envasar duraznos al natural emplean **2 800 latas** por día.

¿ Cuántos m^2 de hojalata se utilizarán diariamente sabiendo que cada lata tiene **5 cm** de radio y **11,5 cm** de altura ?

VOLUMEN

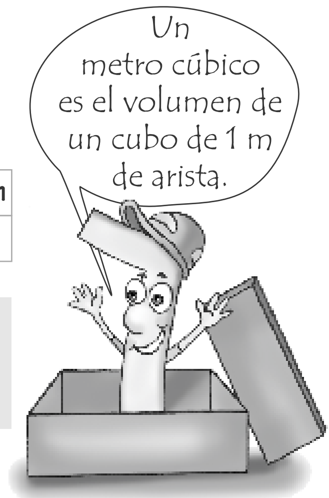
¿ Cuál habrá elegido ?
Aprendamos a calcular **volúmenes** para resolver situaciones como ésta.

Todo cuerpo ocupa un lugar en el espacio. La cantidad de espacio que ocupa es una medida llamada **volumen**.
Para hallar esa medida se tienen en cuenta tres dimensiones : **largo**, **ancho** y **alto**.



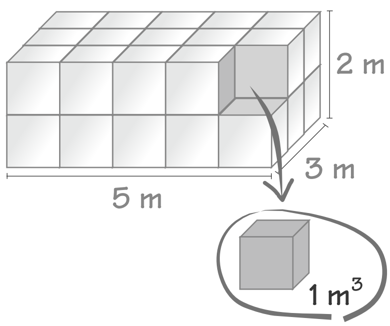
largo	.	ancho	.	alto	=	**volumen**
1 m	.	1 m	.	1 m	=	**1 m^3**

El metro cúbico (m^3) es la unidad de las medidas de volumen.



Hagamos una comprobación en un ejemplo.

¿ Cuántos cubos de 1 m de arista se necesitan para cubrir completamente este prisma ?



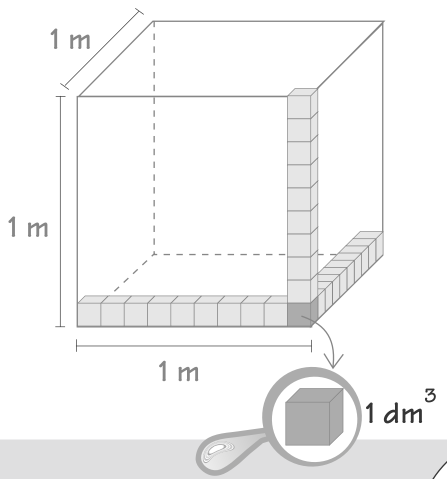
Multiplicamos sus tres dimensiones :

largo . ancho . alto =

5 m . 3 m . 2 m = **30 m^3**

Respuesta : Se necesitan **30 cubos** de 1 m de arista.

Observá el dibujo y coloreá la opción correcta..



Para llenar un cubo de **1 m³** se necesitan 10 , 100 o 1 000 cubos de **1 dm³**.

1 m³ = ______ dm³

Múltiplos			Unidad	Submúltiplos		
km³	**hm³**	**dam³**	**m³**	**dm³**	**cm³**	**mm³**
1 000 000 000 m³	1 000 000 m³	1 000 m³	1	0,001 m³	0,000001 m³	0,000000001 m³

. 1 000   : 1 000

. 1 000 000   : 1 000 000

. 1 000 000 000   : 1 000 000 000

Observá y completá.

12 m³ a dm³ =	12 . **1 000** =	12 000 cm³
95 m³ a dam³ =	95 : **1 000** =	0,095 dam³
0,87 dm³ a mm³ =	0,87 : **1 000 000** =	
75 dm³ a cm³ =		
19,93 hm³ a km³ =		
0,0095 dam³ a dm³ =		

18 El número que corresponde al resultado de cada actividad completa una información.

a) $20\ dam^3 =$ ____ m^3

b) $400\ 000\ 000\ m^3 =$ ____ hm^3

c) $0{,}0015\ dm^3 =$ ____ mm^3

d) $0{,}047\ km^3 =$ ____ hm^3

e) $(\frac{1}{2}\ hm^3 . 15{,}6) + 0{,}002529\ km^3 =$ ____ dam^3

f) $8\frac{1}{5}\ cm^3 - 7{,}844\ cm^3 =$ ____ mm^3

g) ¿ Cuántos dm^3 se deben restar a $467\ dm^3$ para obtener $0{,}192\ m^3$? ____

a) El **Aeropuerto Internacional de Ezeiza** se inauguró en 1 949 y actualmente recibe unas ____ personas por día.

b) Un ejemplar macho de **elefante marino austral** produce ____ litros de aceite. Para evitar su extinción se aprobó en 1 964 una ley que prohibe su captura.

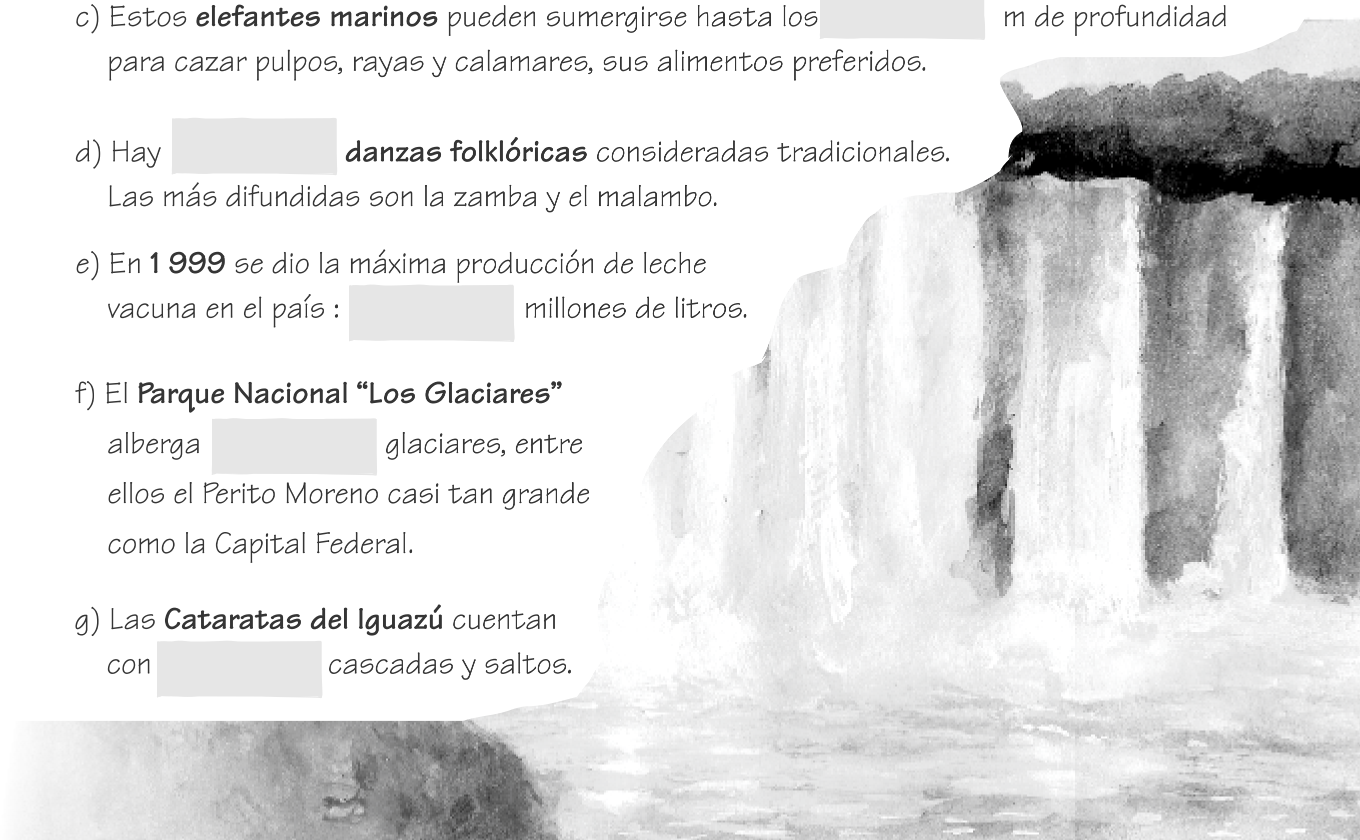
c) Estos **elefantes marinos** pueden sumergirse hasta los ____ m de profundidad para cazar pulpos, rayas y calamares, sus alimentos preferidos.

d) Hay ____ **danzas folklóricas** consideradas tradicionales. Las más difundidas son la zamba y el malambo.

e) En **1 999** se dio la máxima producción de leche vacuna en el país : ____ millones de litros.

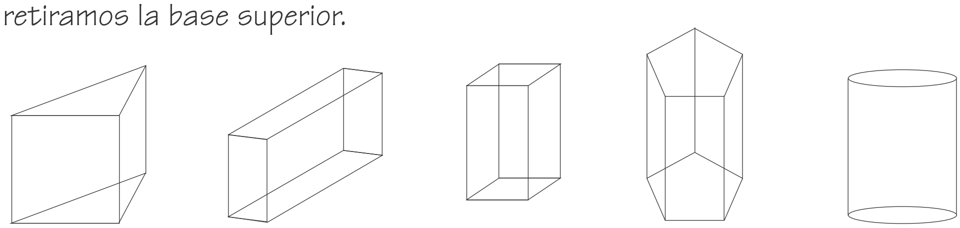
f) El **Parque Nacional "Los Glaciares"** alberga ____ glaciares, entre ellos el Perito Moreno casi tan grande como la Capital Federal.

g) Las **Cataratas del Iguazú** cuentan con ____ cascadas y saltos.

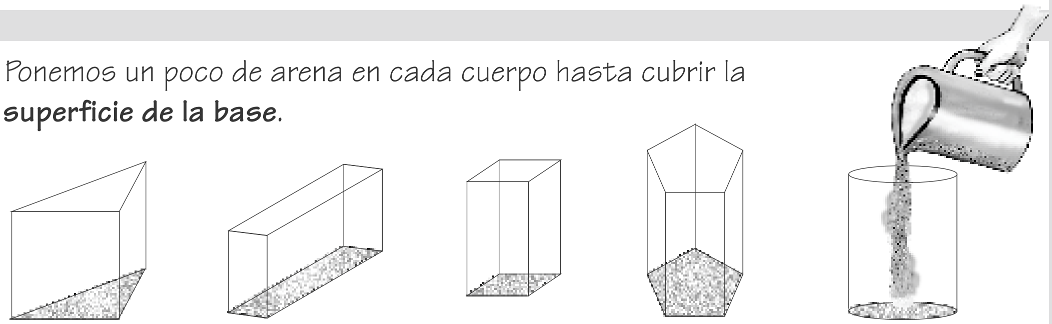


1 - VOLUMEN DE CUERPOS CON BASES CONGRUENTES Y PARALELAS

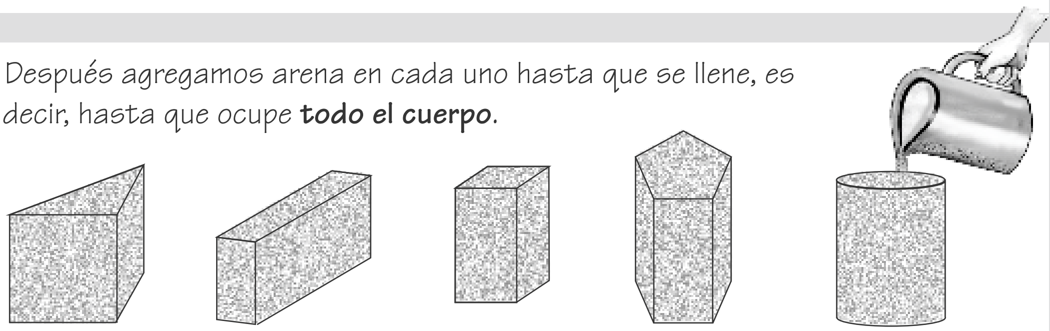
a) Imaginemos estos cuerpos donde sólo dejamos la **base de apoyo** y retiramos la base superior.



b) Ponemos un poco de arena en cada cuerpo hasta cubrir la **superficie de la base**.



c) Después agregamos arena en cada uno hasta que se llene, es decir, hasta que ocupe **todo el cuerpo**.



¿ Qué hicimos para que la arena tomara la forma de cada **cuerpo geométrico** ?
Muy simple :

1 - Cubrir con arena **la base**.
2 - Llenarlo hasta la **altura** que cada cuerpo tiene.

¿ Y qué actividad matemática realizamos ?

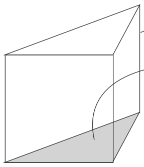
¡ **SUPERFICIE DE LA BASE** por **ALTURA DEL CUERPO** !

Podemos deducir entonces que, para todo cuerpo que tenga **bases congruentes** y **paralelas**, la fórmula para conocer su volumen es :

Área de la base . h del cuerpo

Así tenemos que :

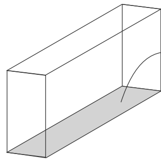
PRISMA TRIANGULAR



Área del triángulo . h

$\dfrac{b \cdot h}{2} \cdot$ h del cuerpo

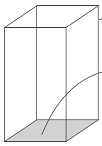
PRISMA RECTANGULAR



Área del rectángulo . h

$\ell \cdot a \cdot$ h del cuerpo

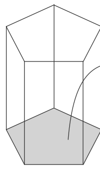
PRISMA CUADRADO



Área del cuadrado . h

$\ell^2 \cdot$ h del cuerpo

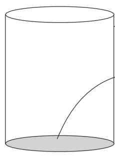
PRISMA PENTAGONAL



Área del pentágono . h

$\dfrac{P \cdot ap}{2} \cdot h$

CILINDRO



Área del círculo . h

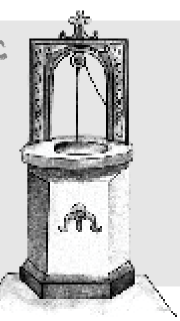
$\pi \cdot r^2 \cdot$ h del cuerpo

19 ¡ A determinar volúmenes !

a ¿ Cuántos m^3 de agua puede contener una pecera con forma de prisma rectangular que tiene **60 cm** de largo, **25 cm** de ancho y **30 cm** de profundidad.

b ¿ Qué volumen de aire contiene un prisma hexagonal regular de **1,2 m** de altura, **5 m** de arista de base y **4,35 m** de apotema ?

c



Para la construcción de un aljibe se hace un pozo cilíndrico de **12 m** de profundidad y **1,5 m** de diámetro.

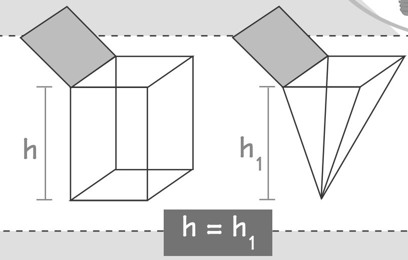
¿ Cuántos m^3 de tierra se extrajeron ?

¿ Es más o menos que 21 200 dm^3 ?

2 - VOLUMEN DE LA PIRÁMIDE

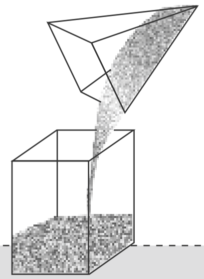
Una experiencia sencilla que aclara las dudas.

a Construí con cartulina un **prisma** y una **pirámide** que tengan bases y alturas congruentes.
En el prisma, dejá sólo la base de apoyo.
En la pirámide quitá la base.



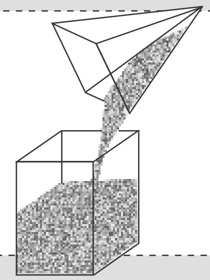
b Llená la pirámide con arena seca.
Después volcá el contenido en el prisma.

Queda claro que el volumen del prisma es mayor que el de la pirámide.



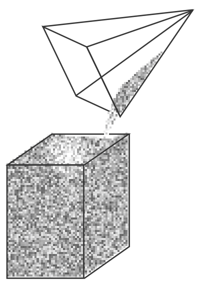
c Volvé a llenar la pirámide y repetí el trasvasamiento.

Observá que el volumen del prisma es más de dos veces mayor que el de la pirámide.



d Llená nuevamente la pirámide y repetí la operación.
Si la actividad se realizó con precisión vas a llegar a esta conclusión :

El volumen de la pirámide es la tercera parte del volumen de un prisma de base y altura congruente.



Se expresa :

$$\text{Volumen de la pirámide} = \frac{\text{Volumen del prisma}}{3}$$

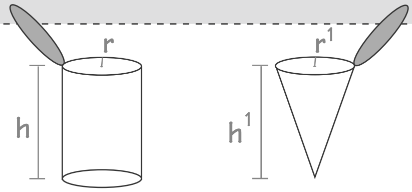
$$\textbf{Volumen de la pirámide} = \frac{\textbf{Área de la base . h}}{\textbf{3}}$$

3 - VOLUMEN DEL CONO

a Realizá una experiencia semejante a la anterior pero construyendo un **cilindro** y un **cono** con bases y alturas congruentes.

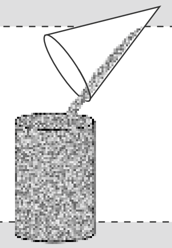
En el **cilindro** dejá sólo la base de apoyo.

En el **cono** retirá la base.



$h = h^1$ y $r = r^1$

b Llená el **cono** con arena seca y vertí el contenido en el **cilindro**. Comprobá que para llenarlo por completo es decir, para cubrir su volumen, necesitás repetir la operación **3 veces**.



c Llegarás a la misma conclusión que con el prisma y la pirámide :

El volumen del cono es la tercera parte del volumen del cilindro.

$$\text{Volumen del cono} = \frac{\text{Volumen del cilindro}}{3}$$

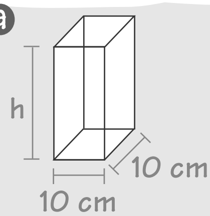
$$\text{Volumen del cono} = \frac{\text{Área de la base . h}}{3}$$

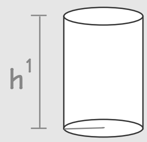
$$\textbf{Volumen del cono} = \frac{\pi \ . \ r^2 \ . \ h}{3}$$

20 Pares para comparar.

Averiguá el volumen de los cuerpos que integran cada par y luego expresá en **m^3**, la diferencia entre el volumen de ambos.

a





r = 5 cm

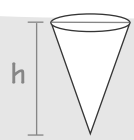
$h = h^1 = 20$ cm

Vol del prisma =

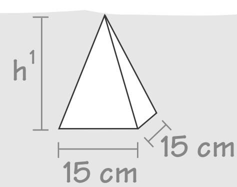
Vol del cilindro =

Diferencia en m^3 =

b



d = 15 cm



$h = h^1 = 30$ cm

Vol del cono =

Vol de la pirámide =

Diferencia en m^3 =

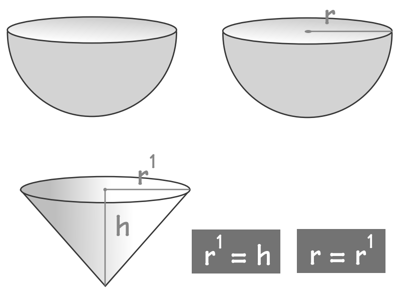
4 - VOLUMEN DE LA ESFERA

a Cortá una pelota de plástico por su **círculo máximo** de manera tal que quede dividida en **dos semiesferas**.

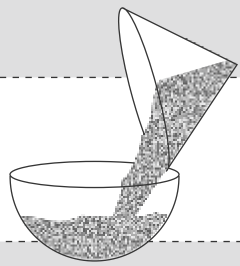
Construí un **cono** teniendo en cuenta que :

$r^1 = r$ (radio con igual longitud que el radio de la semiesfera)

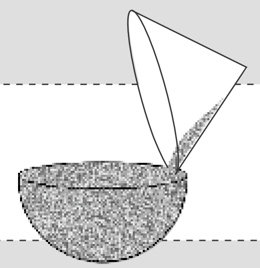
$r^1 = h$ (radio con igual longitud que la altura)



b Quitale la base al cono y llenalo con arena seca.
Vertí el contenido en una de las semiesferas.



c Llená nuevamente el cono y trasvasalo a la semiesfera.
Verás que queda totalmente ocupada.



d Conclusión :

Volumen de la semiesfera = 2 veces el volumen del cono

Volumen de la esfera = **4 veces el volumen del cono**

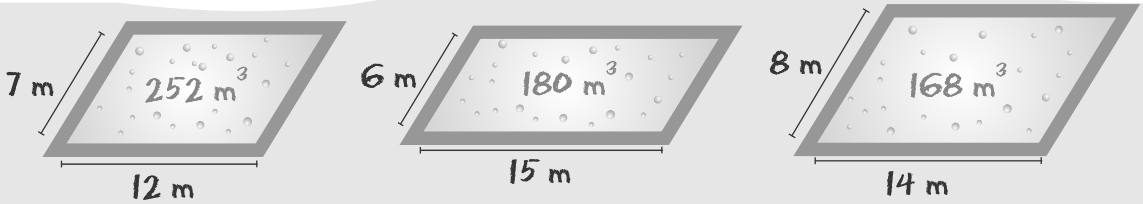
$$\text{Volumen de la esfera} = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

Como la **h** tiene igual medida que el **radio** reemplazamos :

$$\text{Volumen de la esfera} = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot r}{3}$$

$$\textbf{Volumen de la esfera} = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$$

21 Determiná la profundidad de cada pileta.

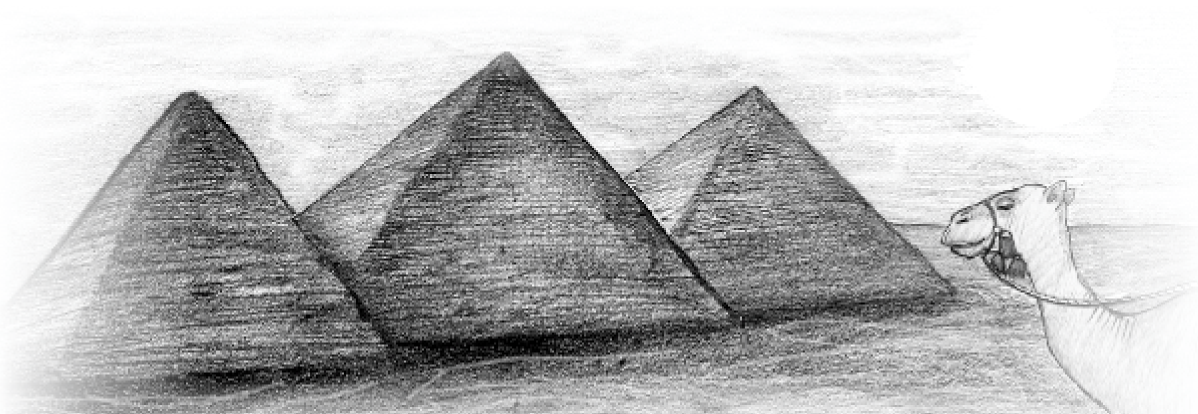


Profundidad

Profundidad

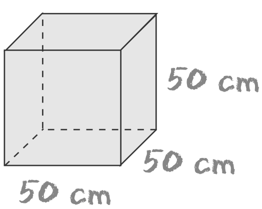
Profundidad

22 Visitá las pirámides de Egipto y completá el cuadro.



PIRÁMIDE	ARISTA DE LA BASE	ALTURA	VOLUMEN
KEOPS	233 m	137,18 m	
KEFRÉN	210,46 m	136,4 m	
MICERINO	108,4 m	62 m	

23 Observá y respondé.

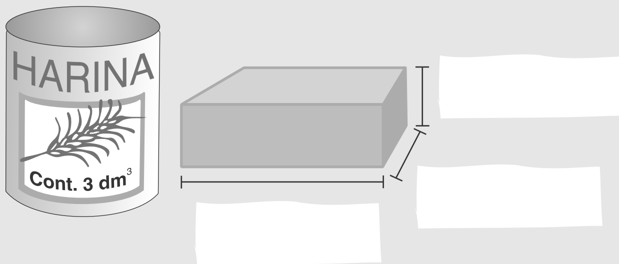


a) ¿ Cuántos cubitos de **1 cm** de arista pueden entrar de manera exacta ?

b) ¿ Se necesitará la mitad de los cubitos si la medida de la arista se duplica ?

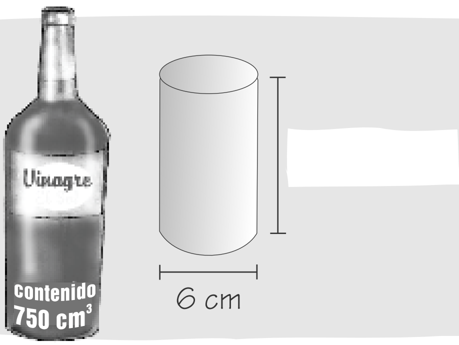
24 Resolvé.

a En un envase cilíndrico hay **3 dm^3** de harina que deben ser colocados en un envase con forma de prisma rectangular.
¿Qué **largo**, **ancho** y **alto** deberá tener ese envase para que lo contenga exactamente?

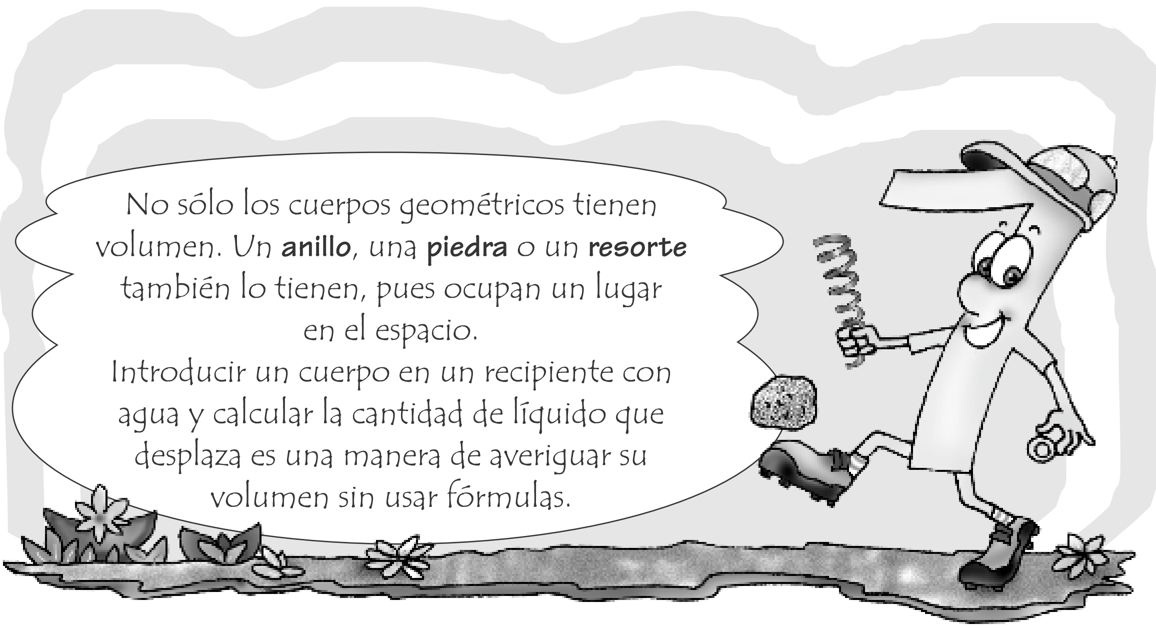


Analizá si hay una sola opción o hay más de una. Justificá la respuesta.

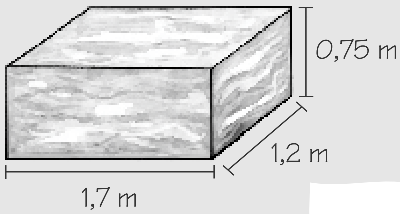
b



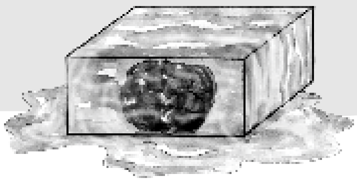
Se quiere trasvasar el contenido de la botella a un envase cilíndrico de **6 cm** de diámetro.
¿Qué altura deberá tener ese envase para que su volumen se aproxime lo más posible al de la botella?



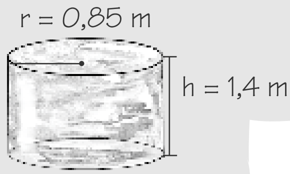
25 ¿ Cuál es el volumen de agua que contiene el piletón ?



a) Si se sumerge una piedra que hace desplazar **680 dm³** de agua, ¿ cuál es, en **m³**, el volumen de la piedra ?

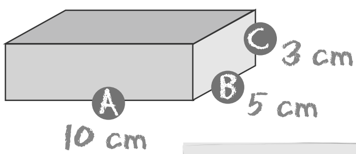


26 Hallá el volumen de agua que contiene el cilindro.



a) Se sumerge un trozo de metal que desplaza una determinada cantidad de líquido. Si en el cilindro quedan **2 750 dm³** de agua, ¿ cuál es el volumen del metal ? Expresalo en **dm³**.

27 Calculá el volumen de este prisma rectangular.



Averiguá cómo varía el volumen si . . .

. . . se duplica el valor de A

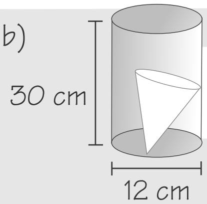
. . . se duplica el valor de B

. . . se duplica el valor de C

28 Sacá cuentas y respondé.

a) ¿ Cuál es el volumen de un globo terráqueo que tiene **94,2 cm** de circunferencia en su círculo máximo ?

b)



Radio del cono = 4,5 cm
h del cono = 10 cm

¿ Qué volumen del cilindro no está ocupado por el cono ?

Cilindro	**Cono**	**Área libre**

¿ Sabías que existe una relación entre las medidas de **capacidad** y las de **volumen** ? Esa relación es constante, se da en los distintos líquidos y podemos expresarla así :

$1\,\ell$ es la capacidad de $1\,dm^3$

Esta relación de equivalencia también la podemos buscar en unidades mayores o menores que el litro.

Observá.

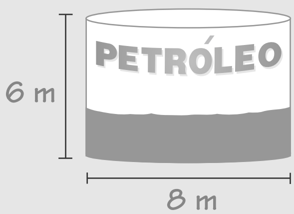
Capacidad	$k\ell$	ℓ	$m\ell$
Volumen	m^3	dm^3	cm^3
	$1\,k\ell = 1\,m^3$	$1\,\ell = 1\,dm^3$	$1\,m\ell = 1\,cm^3$

29 Tablita en mano y . . . ¡ a buscar equivalencias !

$8\,dm^3$ ______ $m\ell$	$75\,m^3$ ______ $k\ell$	$1\,400\,m\ell$ ______ dm^3
$7{,}12\,k\ell$ ______ dm^3	$0{,}25\,k\ell$ ______ cm^3	$4\,½\,\ell$ ______ dm^3

30 Entre litros y metros cúbicos.

a Se vendieron los 2/3 del contenido del tanque.
¿ Cuántos litros quedan ? ______



b El río Paraná, a la altura del complejo hidroeléctrico Yaciretá tiene un caudal medio de **$11\,720\,m^3$** por segundo.
¿ Cuántos litros de agua son ?

Ya vimos que **1 ℓ** de cualquier líquido equivale a **1 dm^3** de volumen, independientemente de que se trate de agua, aceite o petróleo.

¿ El peso también se relaciona con estas magnitudes ?

Sí, pero sólo se establece una equivalencia si consideramos al **agua destilada**. Observá el cuadro.

AGUA DESTILADA				
Volumen		Capacidad		Peso
1 m^3	=	1 kℓ	=	1 t
1 dm^3	=	1 ℓ	=	1 kg
1 cm^3	=	1 mℓ	=	1 g

Ejemplo :

8 ℓ de agua destilada pesan **8 kg** y ocupan un volumen de **8 dm^3**.

31 Resolvé.

El peso de una botella vacía es de **145 g**. Al llenar sus **3/4** partes con agua el peso ascendió a **895 g**.

¿ Cuántos mℓ de agua hay en la botella ?

¿ Cuántos cm^3 de agua faltan para llenarla ?

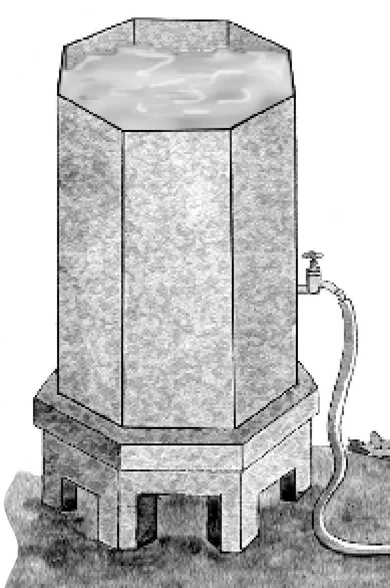
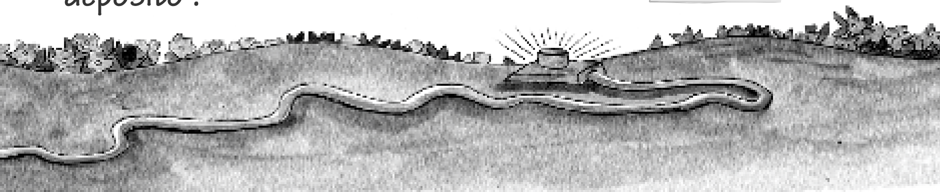
32 Comparando medidas.

El depósito de agua de una quinta tiene forma de prisma octogonal de **5 m** de altura y en el que, la arista de la base mide **0,8 m** y la apotema **0,97 m**.

¿ Qué volumen de agua contiene el depósito ?

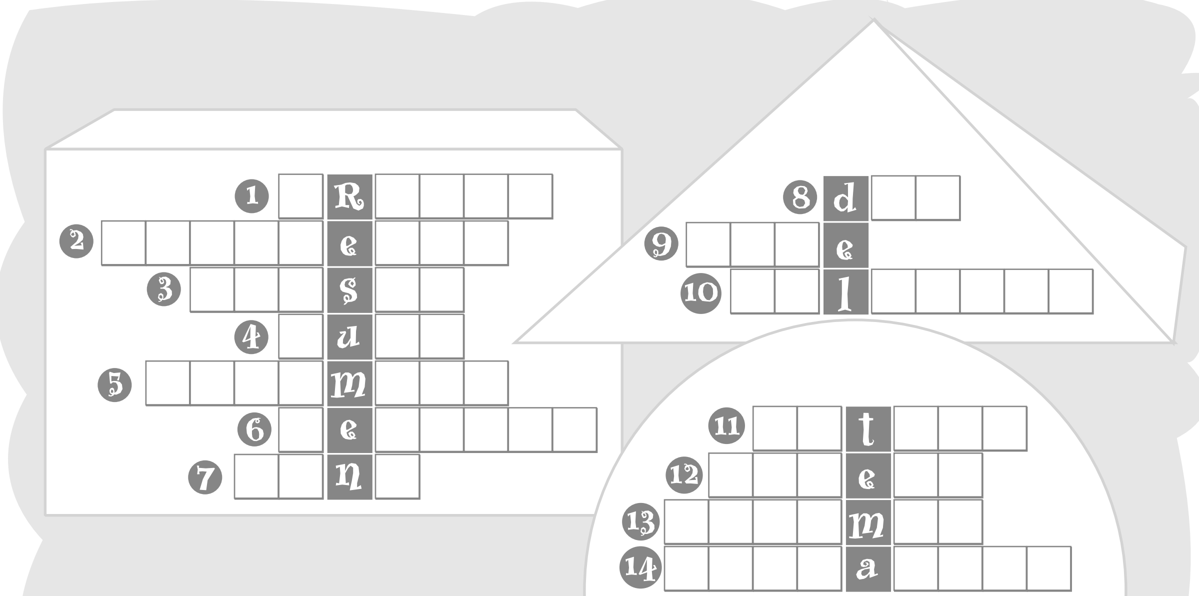
¿ Cuántos litros de agua hay en el depósito cuando se llena ?

¿ Cuántos kg pesa el 50 % del agua del depósito ?

Un poco de todo

Poné a prueba tus conocimientos
y . . . ¡ a completar !



1	Segmento que une dos caras en un poliedro.
2	Poliedro regular de 20 caras.
3	Cuerpo que tiene dos bases congruentes y caras rectangulares.
4	Poliedro regular en el que sus 6 caras son cuadrados.
5	Volumen $= \frac{Ab\ .\ h}{3}$
6	Cuerpo que rueda en alguna posición.
7	Volumen $= \frac{\pi\ .\ r^2\ .\ h}{3}$
8	Cantidad de bases que tiene un prisma.
9	Cara de apoyo de los poliedros.
10	$AL = \pi\ .\ d\ .\ h$
11	Perpendicular que une la cúspide con la base en la pirámide.
12	$AT = 4\ .\ \pi\ .\ r^2$
13	Cantidad de espacio que ocupa un cuerpo.
14	Poliedro regular en el que sus 4 caras son triángulos equiláteros.

EVALUANDO LO APRENDIDO

1 - ¿ Qué medidas se necesitan saber para hallar el área de un dodecaedro ?

_______ y _______

2 - ¿ En qué poliedros regulares sus caras son triángulos equiláteros ?

3 - Enumerá tres propiedades de los **prismas** y tres de las **pirámides**.

PRISMAS

PIRÁMIDES

4 - ¿ Verdadero o falso ?

a) *La generatriz es en el cono lo que la apotema es en la pirámide.*

b) *En un cilindro la altura siempre debe ser mayor que el diámetro de la base.*

c) *15 kg de agua destilada pesan más de 15 litros.*

d) *Si en un cubo se triplica una arista, se triplica también el área lateral.*

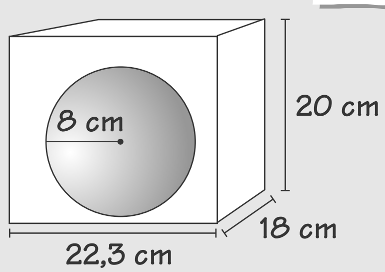
e) *Si en un cubo se triplica la altura, también se triplica el volumen.*

5 - Hallá . . .

. . . el área lateral del prisma

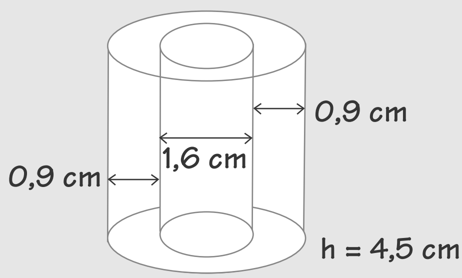
. . . el área total de la esfera

. . . el volumen del prisma **no ocupado por la esfera**.



6 - ¿ Cuál ocupa más espacio . . .

. . . el cilindro menor o el espacio vacío que queda entre ambos cilindros ?



EN SÍNTESIS

Cuerpos poliedros regulares

• Reconocimos los 5 poliedros regulares : tetraedo, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro.

• Observamos el desarrollo de cada uno y aprendimos a calcular sus áreas.

Cuerpos poliedros irregulares

• Estudiamos los prismas y las pirámides rectas : sus elementos y sus desarrollos.

• Dedujimos las fórmulas para hallar el área lateral y total.

Cuerpos redondos

• Comprendimos que el cilindro, el cono y la esfera surgen a partir de la rotación de una figura plana.

• Encontramos las fórmulas para hallar el área lateral y total del cono y del cilindro y el área total de la esfera.

Volumen

• Vimos que todo cuerpo ocupa un lugar en el espacio.

• Entendimos que para hallar el volumen se tienen en cuenta tres dimensiones.

• Develamos las fórmulas para encontrar el volumen de prismas, pirámides, cilindros, conos y esferas.

Equivalencias

• Analizamos la relación de equivalencia que hay entre unidades de capacidad, volumen y peso.

ISBN 978-987-24838-3-8