

Carlos Jesé

REAPRENDER

matemática



REAPRENDER

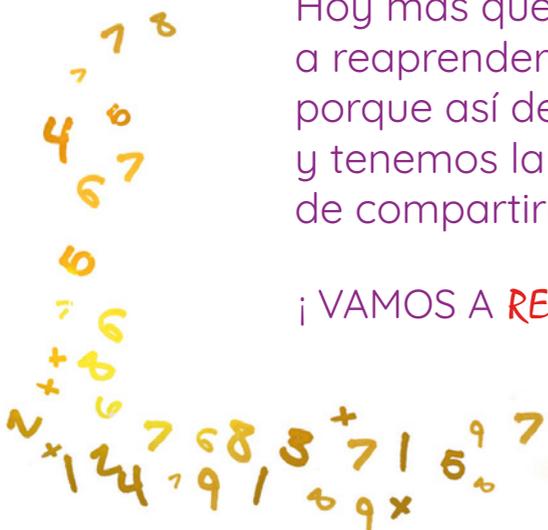
matemática

Es una propuesta para tener siempre a mano ...

- saca dudas
- explica y fundamenta paso a paso
- integra la información.

Hoy más que nunca estamos invitados a reaprender más y más, una y otra vez, porque así despertamos nuestros talentos y tenemos la enorme oportunidad de compartirlos y ponerlos al servicio.

¡ VAMOS A REAPRENDER !



1	Numeración	5
2	Adición y sustracción	39
3	Multiplicación	61
4	División	89
5	Resolución de problemas	119

1

NUMERACIÓN



1

Numeración

Presentación de las diez cifras	7
Grupos de diez o decenas	8
Valor posicional	10
Escritura correcta de los primeros 99 números	13
Relaciones de orden	14
Formación de números combinando cifras	15
Grupos de cien o centenas	16
Qué indican las tres cifras de un número	18
Lectura y escritura de números de tres cifras	19
Composición y descomposición	20
Series numéricas ascendentes y descendentes	21
Recta numérica. Utilización	22
Identificación de números siguiendo consignas	24
Grupos de mil o unidades de mil	25
Qué indican las cuatro cifras de un número	26
Lectura y escritura de números de cuatro cifras	27
Comparar y ordenar números	28
Distintas formas de descomponer números de cuatro cifras	29
Números de hasta seis cifras	30
Lectura y escritura	31
Valor posicional	32
Anterior inmediato y posterior inmediato	33
Composición de números	34
Números hasta la centena de millón	35
Lectura y escritura	36
Equivalencias	38

¡ Comienza el viaje
por el infinito mundo
de los **NÚMEROS** !



1 ¿ Cómo se combinan las cifras para formar tantos números ?

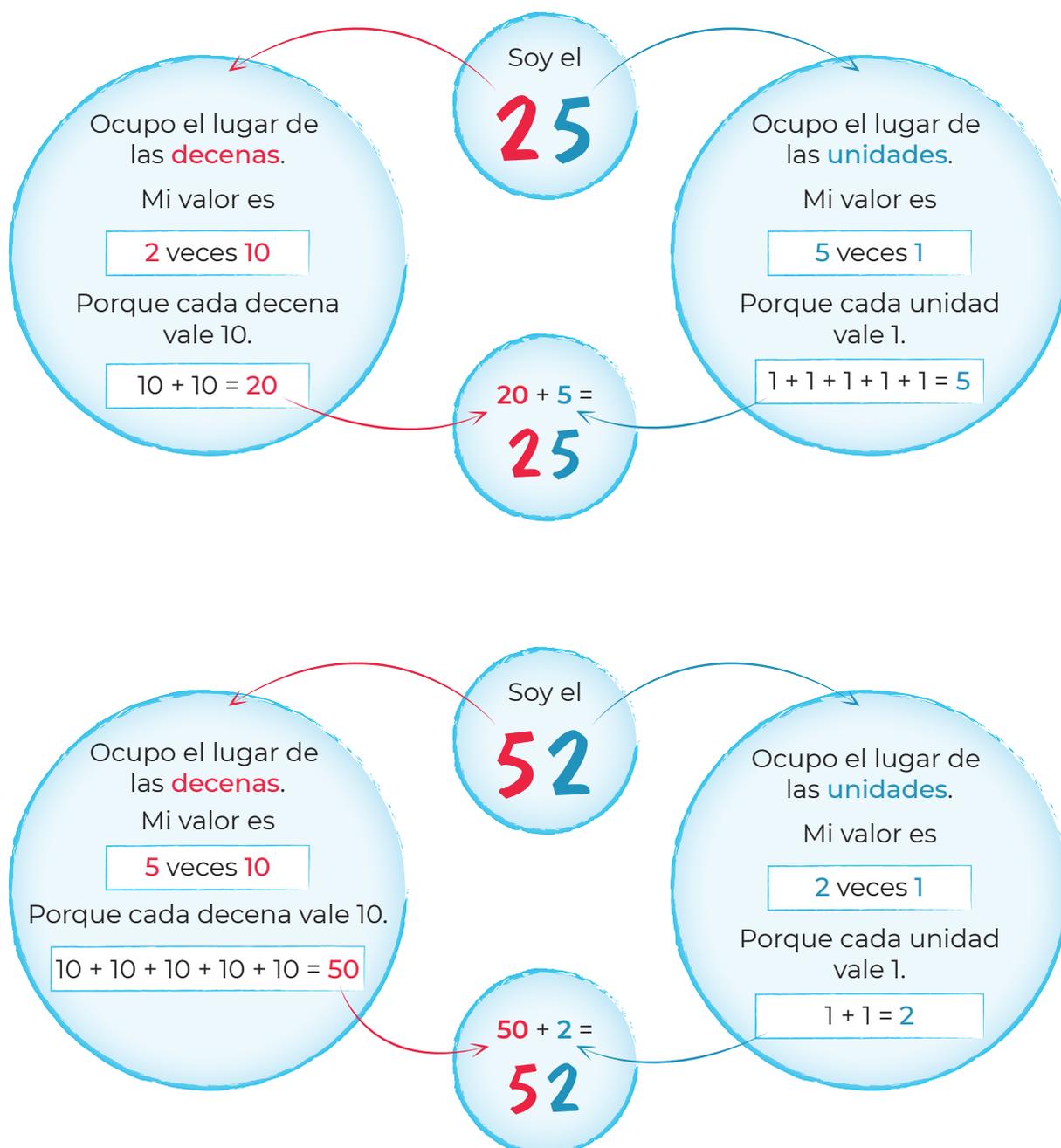
Así como se combinan las 27 letras de nuestro alfabeto para darle vida a todas las palabras con las que nos comunicamos, también está el lenguaje de los **NÚMEROS**, un verdadero y asombroso laboratorio.

Las diez cifras se agrupan, se componen y descomponen, se ordenan, cambian sus valores . . . dándole vida a **NUESTRO SISTEMA DE NUMERACIÓN**.



8 ¿Qué ocurre cuando dos números tienen las mismas cifras pero en distinto orden?

Ya vimos que cada cifra tiene un valor según el lugar que ocupa. Ahora observemos lo que nos dicen las cifras de estos dos números.



33 ¿Cómo sigue el camino rumbo a los millones ?

Es como ascender por una escalera numérica. Cada nueva unidad representa un escalón que hay que subir.



Los escalones están formados por **unidades**, **decenas** y **centenas**: simples, de mil, de millón...

El descanso cada tres escalones es la pausa que hacemos al leerlos o escribirlos.

2

OPERACIONES

Adición y sustracción



2

Adición

Adición de dos cifras con dificultad	41
Propiedades de la adición	42
Descomposición de sumandos para facilitar la suma	43
Identificación de un sumando faltante	44
Adición de tres cifras . . .	45
— con dificultad en las decenas	
— con dificultad en las unidades y decenas	
Verificación del resultado de una adición	47
Aproximación mental a un resultado	48
Otro secreto para comprobar si la suma es correcta	49

Sustracción

Características generales de la sustracción	50
Sustracción de dos cifras con dificultad	51
Búsqueda de minuendo y sustraendo faltantes	52
Verificación del resultado de una sustracción	52
Sustracción de tres cifras con dificultad en las decenas	53
Resolución mental de sustracciones con dificultad	55
Sustracción con ceros finales en el minuendo	56
Resolución fácil de sustracciones difíciles	57
Resolución de cálculos con adiciones y sustracciones sin paréntesis y con paréntesis	58
Pasos a seguir para crear cálculos que lleven a determinado resultado	60



¡ Cuántas propiedades
tiene la adición !
Podemos agrupar los sumandos,
descomponerlos o cambiar el orden
porque siempre llegamos al
mismo resultado.

6 ¿ Cómo se identifica el valor de un sumando faltante ?

El sumando
faltante ...

$$\begin{array}{r} 72 \\ + \text{¿?} \\ \hline 94 \end{array}$$

... se obtiene
restando al
resultado el
sumando conocido.

$$\begin{array}{r} 94 \\ - 72 \\ \hline 22 \end{array}$$

¡ Sumando
identificado !

$$\begin{array}{r} 72 \\ + 22 \\ \hline 94 \end{array}$$

Cuando son más de dos sumandos se procede así :

$$\begin{array}{r} 17 \\ + 24 \\ + \text{¿?} \\ \hline 42 \\ \hline 95 \end{array}$$

Al resultado (95)
se le resta
el valor de los
sumandos
conocidos
(17 + 24 + 42 = 83).

$$\begin{array}{r} 95 \\ - 83 \\ \hline 12 \end{array}$$

El sumando
faltante
es **12**.

4 ¿Cómo se resuelve una sustracción de **dos cifras** con dificultad?

a Por descomposición.

-	1º	2º	3º
$\begin{array}{r} 76 \\ - 48 \\ \hline \end{array}$ <p>¿?</p>	$\begin{array}{r} 70 + 6 \\ - 40 + 8 \\ \hline \end{array}$ <p>¿?</p>	$\begin{array}{r} 60 + 16 \\ - 40 + 8 \\ \hline 20 + 8 \end{array}$	$\begin{array}{r} 76 \\ - 48 \\ \hline 28 \end{array}$

Para poder restar se quita **10** a 70 y se le suma a 6.

$$70 - 10 = 60$$

$$6 + 10 = 16$$

Ahora sí se resuelve.

b Sin descomponer, convirtiendo una decena en unidades.

-	PIENSO 	RESUELVO										
<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>d</td><td>u</td></tr> <tr><td>7</td><td>6</td></tr> <tr><td>-</td><td>4</td></tr> <tr><td></td><td>8</td></tr> <tr><td></td><td>¿?</td></tr> </table>	d	u	7	6	-	4		8		¿?	<p>Transformo 1 decena en 10 unidades. Entonces quedan 6 decenas y 16 unidades.</p>	$\begin{array}{r} 6 \overline{)10+6} \\ - 7 \overline{)16} \\ \hline 4 \overline{)8} \\ \hline 2 \overline{)8} \end{array}$
d	u											
7	6											
-	4											
	8											
	¿?											

c Con una suma, que es el camino inverso.

-	PIENSO 	DESARROLLO	RESUELVO
$\begin{array}{r} 76 \\ - 48 \\ \hline \end{array}$	<p>Tengo 48. ¿Cuánto falta para llegar a 76?</p>	<p>Se van dando pasos para llegar de 48 a 76. Por ejemplo:</p> $\begin{array}{r} 48 + 2 = 50 \\ 50 + 20 = 70 \\ 70 + 6 = 76 \\ \hline 28 \end{array}$	$\begin{array}{r} 76 \\ - 48 \\ \hline 28 \end{array}$

3

OPERACIONES

Multiplicación



3

Multiplicación

Relación entre adición y multiplicación	63
Tarea que se realiza al multiplicar	65
Importancia de la propiedad conmutativa	66
El 0 en un factor	67
Cálculo del doble y del triple de un número	68
Multiplicación con dos cifras en el multiplicando	69
Resolución descomponiendo el multiplicando	70
La TABLA PITAGÓRICA y su relación con las tablas de multiplicar	71
Relación entre las 10 tablas y la propiedad conmutativa	72
Multiplicación con tres cifras en el multiplicando	75
Multiplicación con dificultad en las decenas	76
Multiplicación con dificultad en las unidades y las decenas	77
Otras propiedades: asociativa, disociativa y distributiva	79
Multiplicación con dos cifras en el multiplicador. Distintas opciones de resolución	81
Multiplicación con más de dos cifras en el multiplicador	83
Resolución mental de multiplicaciones por 10, 100, 1 000 ...	
Multiplicación con ambos factores terminados en 0	84
Obtención de un factor desconocido	84
Maneras correctas de descomponer los factores sin que cambie el producto	85
Prueba para comprobar si se resolvió correctamente	86

5 ¿ Siempre se puede reemplazar una adición por una multiplicación ?

¡ No ! Solo se puede reemplazar una adición por una multiplicación cuando los números que se suman, es decir los sumandos, son **iguales**.

Esta adición se puede reemplazar.

$$\underbrace{7 + 7 + 7 + 7}_{4 \text{ veces } 7} = \underbrace{4 \times 7}_{= 28}$$

Esta adición ¡ NO !

$$9 + 5 + 2 + 8 = 24$$

6 ¿ Qué resultado se obtiene si se multiplica un número por 0 ?

¡ Los ejemplos nos guían a la respuesta !



¿ Cuántos colores hay en cada paleta ?

Ninguno.

$$2 \text{ veces } 0 = 0$$

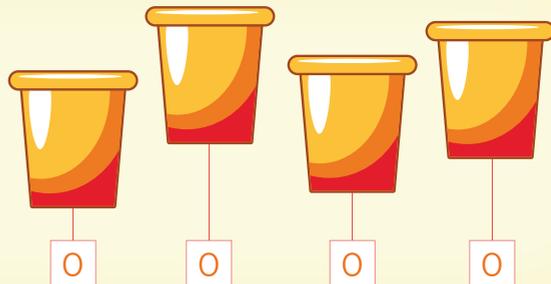
$$2 \times 0 = 0$$

¿ Cuántos lápices hay en cada portalápices ?

Ninguno.

$$4 \text{ veces } 0 = 0$$

$$4 \times 0 = 0$$



Si multiplicamos un número **por 0** el resultado es **0**.

La TABLA PITAGÓRICA muestra los 100 resultados de las 10 tablas de multiplicar, que se pueden apreciar en horizontal o vertical.



X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

17 ¿ Y cuando las multiplicaciones tienen **más de dos cifras** en el **multiplicador** ?

Cuando las multiplicaciones son más complejas, en general se resuelven teniendo en cuenta el **valor posicional** de cada cifra del **multiplicador**.

Ejemplo.

u de millón	c de mil	d de mil	u de mil	c	d	u
			4	3	2	6
			x	2	3	8
		3	4	6	0	8
	1	2	9	7	8	-
	8	6	5	2	-	-
1	0	2	9	5	8	8

Resultado de $4\,326 \times 8\,u$

Resultado de $4\,326 \times 3\,d$
(se deja libre el lugar de las unidades)

Resultado de $4\,326 \times 2\,c$
(se deja libre el lugar de las unidades y de las decenas)

18 ¿ Cómo se resuelve **mentalmente** cuando se multiplica por **10, 100, 1 000 ... ?**

Cuando se multiplica un número por la unidad seguida de ceros, se resuelve agregándole al multiplicando tantos ceros como tenga el multiplicador.

Ejemplo.

$$7 \times 10 = 70$$

$$98 \times 1000 = 98000$$

$$45 \times 100 = 4500$$

$$132 \times 10000 = 1320000$$

4

OPERACIONES

División

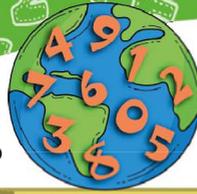


4

División

Pasos para repartir en partes iguales	91
Integrantes de la división	94
Cálculo de la mitad y del tercio	95
División con dos cifras en el dividendo	96
División con tres cifras en el dividendo	97
Pasos para dividir “sin aproximar”, descomponiendo el dividendo	98
Importancia de multiplicar y restar para resolver divisiones	99
Divisiones con dos cifras en el divisor	100
Obtención del dividendo, divisor o resto desconocidos.	103
Qué indica el resto en una división	104
Resolución si el dividendo es 0	105
Resolución si el divisor es 1	105
División por la unidad seguida de ceros	106
Reglas para dividir con ceros finales en el dividendo y en el divisor	107
La propiedad distributiva en la división	108
Descomposición de un divisor para que no varíe el resultado	109
Dificultades en las divisiones con dos cifras en el divisor	111
Prueba para comprobar la resolución correcta	114
Cálculos combinados con las cuatro operaciones, sin paréntesis y con paréntesis	115
Separación en términos	116
Creación de un cálculo a partir de un resultado dado	117
Creación de un cálculo incluyendo las cuatro operaciones	118

8 ¿Y si hay tres cifras en el dividendo?



$$345 \overline{) 5}$$

Se busca un número que multiplicado por el divisor 5 se aproxime al dividendo 345.

Si el número elegido tiene la unidad seguida de ceros (10, 20, 30...) resulta más fácil.

$$\begin{array}{r} - 345 \overline{) 5} \\ - 100 \\ \hline - 245 \\ - 100 \\ \hline - 145 \\ - 100 \\ \hline - 45 \\ - 45 \\ \hline 0/ \end{array} \quad \begin{array}{l} 20 \\ 20 \\ + \\ 20 \\ 9 \\ \hline 69 \end{array}$$

$$20 \times 5 = 100$$

$$20 \times 5 = 100$$

$$20 \times 5 = 100$$

$$9 \times 5 = 45$$

Cuánto más se aproxime a 345 más rápido se llega al resultado. Veamos.

$$\begin{array}{r} - 345 \overline{) 5} \\ - 200 \\ \hline - 145 \\ - 100 \\ \hline - 45 \\ - 45 \\ \hline 0/ \end{array} \quad \begin{array}{l} 40 \\ 20 \\ + \\ 9 \\ \hline 69 \end{array} \quad \begin{array}{l} 40 \times 5 = 200 \\ 20 \times 5 = 100 \\ 9 \times 5 = 45 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - 345 \overline{) 5} \\ - 300 \\ \hline - 45 \\ - 45 \\ \hline 0/ \end{array} \quad \begin{array}{l} 60 \\ + \\ 9 \\ \hline 69 \end{array} \quad \begin{array}{l} 60 \times 5 = 300 \\ 9 \times 5 = 45 \end{array}$$

23 ¿Cuál es la manera correcta de descomponer un divisor y que el resultado no varíe ?

Es muy simple.

1

Lo desarrollamos con este ejemplo.

$$864 : 24 = 36$$

2

Buscamos dos o más factores que multiplicados den **24** como resultado.

3

Encontramos varias opciones.

$$3 \times 8$$

$$6 \times 4$$

$$2 \times 3 \times 4$$

$$12 \times 2$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$2 \times 2 \times 6$$

4

Reemplazamos

$$864 \begin{cases} : 3 : 8 = 36 \\ : 12 : 2 = 36 \\ : 6 : 4 = 36 \end{cases}$$

5

$$864 \begin{cases} : 2 : 2 : 6 = 36 \\ : 2 : 3 : 4 = 36 \\ : 2 : 2 : 2 : 3 = 36 \end{cases}$$

y ... tarea resuelta

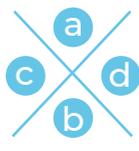


IMPORTANTE

Hay que recordar que para descomponer correctamente un divisor se buscan **factores que multiplicados entre sí den ese divisor.**

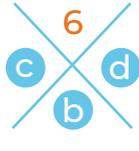
25 ¿Cómo es la prueba que permite comprobar si una división se resolvió correctamente?

1 Se traza una cruz al lado de la operación.

$$\begin{array}{r} 386 \quad | \quad 24 \\ 146 \quad 16 \\ 02 \end{array}$$


2 Se suman las cifras del divisor.

$24 = 2 + 4 = 6$ y este resultado se coloca en **a**.



3 Se suman las cifras del cociente.

$16 = 1 + 6 = 7$ y este resultado se coloca en **b**.



4 Se multiplica **a** x **b**

$6 \times 7 = 42$ y se suma el resto $42 + 2 = 44$

Se convierte en número de una cifra $4 + 4 = 8$

Se coloca este número en **c**.



5 Se suman las cifras del dividendo.

$386 = 3 + 8 + 6 = 17 = 1 + 7 = 8$

Este resultado se coloca en **d**.

Si **c** y **d** son iguales se comprueba la resolución correcta.



5

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS



5

Resolución de problemas

Aprendiendo a resolver problemas	121
Resolución siguiendo cinco pasos básicos	122
Representación gráfica de situaciones problemáticas	126
Importancia de leer con atención los enunciados	128
Diferentes maneras en las que se puede presentar un problema	130
Problemas que se resuelven con adiciones y sustracciones. Desarrollo y representación gráfica	134
Problemas que se resuelven con multiplicaciones. Desarrollo y representación gráfica	136
Problemas que se resuelven con divisiones.	
— De reparto	139
— De agrupamiento	140
Información que aporta el resto en los problemas de división	141
Pasos que se siguen para resolver problemas con dos operaciones. Desarrollo y representación gráfica	
— Adición y sustracción	142
— Adición y multiplicación	143
— Sustracción y división	143
— Sustracción y multiplicación	144
— Adición y división	145
— Multiplicación y división	146

2 ¿Qué pasos se pueden seguir para resolver un problema ?

Todo problema se resuelve siguiendo **5 pasos básicos**. Ejemplo.

EL PROBLEMA

Simba, la mascota de Thiago, pesaba **35 kg** y al día de hoy tiene **6 kg** más.

¿Cuál es su peso actual ?



LA SOLUCIÓN

1 Se lee con mucha atención el enunciado hasta comprender de qué se trata.

2 Se identifican los datos que se conocen y los que hay que averiguar.

Datos que se conocen

- kg que tenía Simba.
- kg que aumentó.

Dato que hay que averiguar

- kg que pesa hoy.

3 Se ordena la información.

Pesaba _____ **35 kg**

Peso que aumentó _____ **6 kg**

Peso actual _____ **¿ ?**

4 Se decide la operación que resuelve el problema.

$$\begin{array}{r} 35 \\ + 6 \\ \hline 41 \end{array}$$

5 Se responde la pregunta del problema con una oración completa.

Respuesta : Simba pesa hoy **41 kg**.

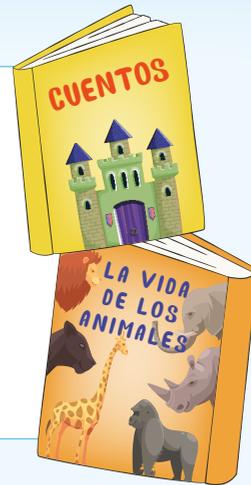
4 ¿ Es posible representar gráficamente las situaciones problemáticas ?

¡ Claro ! La representación gráfica mejora la comprensión y ayuda a la resolución correcta. Veámoslo en distintas situaciones.

PROBLEMA 1

Belén tiene un libro de cuentos de 86 páginas y otro de la vida de los animales de 144 páginas.

¿ Cuántas páginas leyó si terminó los dos libros ?



Con **barras rectangulares** se representan los datos conocidos y lo que hay que averiguar.



La medida de las dos primeras **barras** se relaciona con la cantidad de páginas de cada libro. La **barra final** se refiere a la pregunta del problema.

Comprobamos que al sumar las dos primeras barras se llega a la respuesta.

$$\begin{array}{r} + 86 \\ + 144 \\ \hline 230 \end{array}$$

Respuesta: Leyó 230 páginas.

8 ¿ Cuándo se emplea la multiplicación para resolver un problema ?

La multiplicación es una operación que permite economizar tiempo y esfuerzo, ya que reemplaza la tarea de sumar un número muchas veces.

Ejemplo.



Hay 5 bolsas con manzanas.
En cada una hay 35 manzanas.

¿ Cuántas manzanas
hay en total ?

La solución surge de sumar 5 veces 35.

$$35 + 35 + 35 + 35 + 35$$

Pero es más simple y rápido multiplicar.

$$5 \times 35$$

Así llegamos al resultado.

175 manzanas

Siempre que una situación problemática se resuelva con una adición en la que se repiten los sumandos se puede reemplazar por una **multiplicación**.

9 ¿ Se pueden representar con gráficos los problemas de multiplicar ?

¡ Sí ! Es importante la representación gráfica porque aporta claridad.

Ejemplos.